

文章编号:1000-8055(2011)03-0704-07

基于齿面摩擦的非对称齿轮支座反力分析

李秀莲^{1,2}, 王贵成¹, 朱福先², 周金字², 何庆²

(1. 江苏大学 机械工程学院, 镇江 212013;
2. 江苏技术师范学院 机械工程学院, 常州 213001)

摘 要: 以一对双压力角非对称渐开线直齿减速齿轮机构为研究对象, 在考虑齿面摩擦的情况下, 通过对轮齿的单双齿啮合情况进行受力分析, 建立齿轮支座反力的数学模型, 并给出了任意齿间载荷系数下齿轮支座反力波动程度的评价指标。研究表明: 齿面摩擦是导致齿轮支座反力波动的影响因素之一; 可通过提高齿面加工精度, 合理润滑, 减小压力角及适当增大驱动轮的齿数等措施来降低齿轮支座反力的波动。

关 键 词: 非对称齿轮; 齿面摩擦; 啮合; 支座反力; 评价指标

中图分类号: TH132.413

文献标识码: A

Analysis on support reaction of asymmetric gear based on friction between teeth

LI Xiu-lian^{1,2}, WANG Gui-cheng¹, ZHU Fu-xian²,
ZHOU Jin-yu², HE Qing²

(1. School of Mechanical Engineering,
Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China;
2. School of Mechanical Engineering,
Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou 213001, China)

Abstract: The calculation equation of the gear supports reaction was deduced under the action of sliding friction between teeth, by fully analyzing the forces exerted on the driving gear of reducing-speed asymmetric spur gear drive system with double pressure angles in the single and double gears meshing range. And, the evaluation indexes of gear supports reaction fluctuation in the condition of the random interteeth load were presented. Simulation indicates that the friction between teeth is one of influential factors to the gear supports reaction fluctuation, and the effective measures to decrease the fluctuation range of gear supports reaction include: improve the precision of gear face, lubricate reasonably, decrease the pressure angle and increase the gear number.

Key words: asymmetric gear; friction between teeth; meshing; supports reaction; evaluation index

双压力角非对称齿廓渐开线齿轮由于其承载能力大、体积小、质量轻、使用寿命长、磨损均

匀、噪声小以及齿面间易形成油膜等优点越来越受到人们的关注^[1-4]。

收稿日期: 2010-02-08; 修订日期: 2010-05-28

基金项目: 国家自然科学基金(51075192, 50805070); 江苏技术师范学院基础及应用基础研究基金(KYY10010)

作者简介: 李秀莲(1970—), 男, 安徽六安人, 副教授, 博士生, 主要研究方向为齿轮传动的动态性能分析。

鉴于润滑剂的存在及设计的方便,传统的齿轮传动研究中均不考虑齿面摩擦的作用.但伴随着齿轮传动向高速、重载、高精度方向发展的加快及研究的不断深入,人们发现齿面摩擦对齿轮传动性能的影响并不能轻易忽视.一系列的研究表明,齿面摩擦的引入,对于对称齿轮系统动力学和减振降噪等的研究具有积极的意义^[5-12].

齿轮支座反力的波动不仅影响轮齿的啮合性能,其辐射的噪声也会对环境造成污染;并且由于齿轮支座反力波动所导致的齿轮箱体振动,还将影响到机器的工作性能.在不计齿面摩擦的情况下,工作侧齿廓间压力作用线始终沿两轮工作侧基圆的内公切线方向;当驱动轮的输入扭矩恒定时,齿轮支座的受力也将保持不变.但是,由于齿面摩擦不可避免,其对非对称渐开线齿轮支座的受力又有何影响呢?目前鲜见国内外相关文献报导.本文以一对非对称渐开线直齿减速齿轮机构为研究对象,在计入齿面摩擦的情况下,分析齿轮支座的受力情况.由于驱动轮支座受力和从动轮支座受力大小相等,方向相反.因此,本文以驱动齿轮支座的受力为分析对象,并就如何降低或减缓齿轮支座反力的波动程度进行了探讨.

1 不计齿面摩擦的齿轮支座受力

图1为双压力角非对称渐开线齿轮副正确啮合的情况.根据渐开线齿轮的性质,一对非对称渐开线齿轮在任何位置啮合时,其工作齿侧啮合点都在其相应基圆的内公切线 $N_{1d}N_{2d}$ 上,即线段 $N_{1d}N_{2d}$ 为非对称渐开线齿轮工作齿侧理论啮合线.以 N_{1d} 为坐标原点,线段 $N_{1d}N_{2d}$ 所在的直线为 η 轴,建立如图所示直角坐标系 $\eta N_{1d}\xi$. 设驱动轮1的驱动力矩为 T_1 , 驱动轮工作侧基圆半径为 r_{bd1} ; 驱动轮支座 O_1 受到支座的反力为 η_{O_1} 和 ξ_{O_1} , 分别平行于 η 轴和 ξ 轴(见图1). 则不考虑齿面摩擦情况下

$$\eta_{O_1} = \frac{T_1}{r_{bd1}}, \quad \xi_{O_1} = 0 \quad (1)$$

同理,从动轮支座 O_2 受到支座的反力为 η_{O_2} 和 ξ_{O_2} . 则不考虑齿面摩擦情况下

$$\eta_{O_2} = -\eta_{O_1} = -\frac{T_1}{r_{bd1}}, \quad \xi_{O_2} = 0 \quad (2)$$

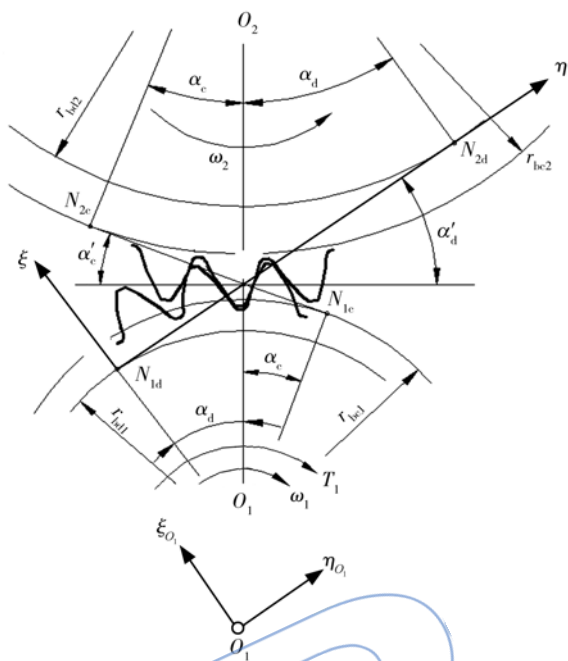


图1 双压力角非对称渐开线齿轮副正确啮合

Fig. 1 Meshing of asymmetric involute gear with double pressure angles

2 齿面摩擦下的齿轮支座受力

图2给出了非对称齿轮传动的实际啮合线段 B_2B_1 , 其中点 P 为节点. 为了求出齿轮支座反力, 需对轮齿实际啮合情况进行分析. 当一对齿在 B_2H (或 VB_1) 段任意点 D (或 Q) 处啮合时, 在 VB_1 (或 B_2H) 段同时还有一对齿在点 Q (或 D) 处啮合; 而在 HV 段始终只有一对齿处于啮合状态. 已有的研究表明, 节点处没有摩擦力, 驱动轮齿廓各点的摩擦力背离节点, 从动轮齿廓各点的摩擦力指向节点. 图3为某时刻双对齿啮合情况, 啮合点分别为 D, Q , 轮齿法向啮合力分别为 η_D, η_Q . 取齿面摩擦因数为 f , 则齿面摩擦力分别为 $\xi_D = f\eta_D, \xi_Q = f\eta_Q$, 各力方向如图3所示. 为研究方便特令 $k = \frac{\eta_Q}{\eta_D}$. 根据非对称渐开线齿轮的性质, 可得驱动轮支座 O_1 反力为

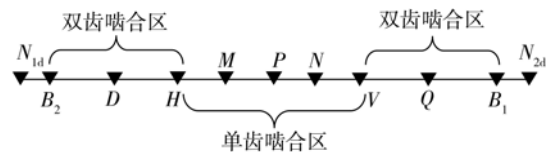


图2 实际啮合线

Fig. 2 Actual meshing line

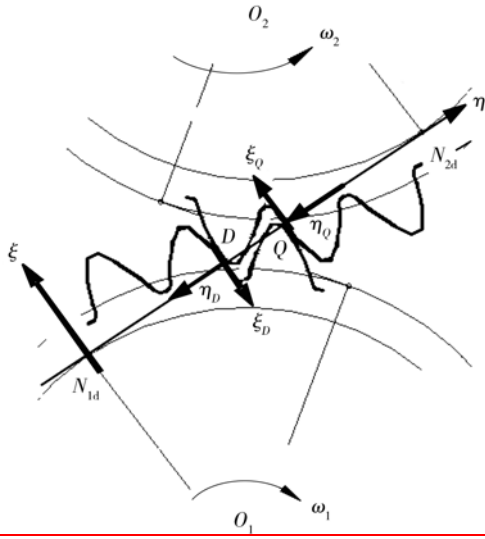


图3 非对称渐开线齿轮双齿啮合

Fig. 3 Two pairs teeth meshing of asymmetric involute gear

$$\eta_{O_1} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T_1(1+k)}{r_{bd1}[k+1+f(k-1)\tan\alpha_D]+fkP_{bd}} \quad (\alpha_{B_2} \leq \alpha_D \leq \alpha_H) \\ \frac{T_1}{r_{bd1}(1-f\tan\alpha_M)} \quad (\alpha_H < \alpha_M < \alpha_P) \\ \frac{T_1}{r_{bd1}(1+f\tan\alpha_N)} \quad (\alpha_P < \alpha_N < \alpha_V) \\ \frac{T_1}{r_{bd1}} \quad (\alpha_P = \alpha_d) \\ \frac{\left[1+\frac{1}{k}\right]T_1}{r_{bd1}+\frac{r_{bd1}}{k}+fr_{bd1}\tan\alpha_Q-\frac{fr_{bd1}}{k}\tan\alpha_Q+\frac{fP_{bd}}{k}} \quad (\alpha_V \leq \alpha_Q \leq \alpha_{B_1}) \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\xi_{O_1} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T_1(1-k)f}{r_{bd1}[k+1+f(k-1)\tan\alpha_D]+fkP_{bd}} \quad (\alpha_{B_2} \leq \alpha_D \leq \alpha_H) \\ \frac{fT_1}{r_{bd1}(1-f\tan\alpha_M)} \quad (\alpha_H < \alpha_M < \alpha_P) \\ -\frac{fT_1}{r_{bd1}(1+f\tan\alpha_N)} \quad (\alpha_P < \alpha_N < \alpha_V) \\ 0 \quad (\alpha_P = \alpha_d) \\ \frac{\left[1-\frac{1}{k}\right]fT_1}{r_{bd1}+\frac{r_{bd1}}{k}+fr_{bd1}\tan\alpha_Q-\frac{fr_{bd1}}{k}\tan\alpha_Q+\frac{fP_{bd}}{k}} \quad (\alpha_V \leq \alpha_Q \leq \alpha_{B_1}) \end{array} \right. \quad (4)$$

其中

$$\alpha_{B_2} = \arctan \frac{(r_{bd1}+r_{bd2})\tan\alpha_d - r_{bd2}\tan\alpha_{ad2}}{r_{bd1}} \quad (5)$$

$$\alpha_H = \arctan \frac{(r_{bd1}+r_{bd2})\tan\alpha_d - r_{bd2}\tan\alpha_{ad2} + (\epsilon_d-1)P_{bd}}{r_{bd1}} \quad (6)$$

$$\alpha_V = \arctan \frac{(r_{bd1}+r_{bd2})\tan\alpha_d - r_{bd2}\tan\alpha_{ad2} + P_{bd}}{r_{bd1}} \quad (7)$$

$$\epsilon_d = \frac{z_1(\tan\alpha_{ad1} - \tan\alpha_d) + z_2(\tan\alpha_{ad2} - \tan\alpha_d)}{2\pi} \quad (8)$$

$$P_{bd} = \pi m \cos\alpha_d \quad (9)$$

$$r_{bd1} = \frac{mz_1 \cos\alpha_d}{2} \quad (10)$$

$$r_{bd2} = \frac{mz_2 \cos\alpha_d}{2} \quad (11)$$

$$\alpha_{ad1} = \arccos \left(\frac{z_1 \cos\alpha_d}{z_1 + 2h_{ac}^*} \right) \quad (12)$$

$$\alpha_{ad2} = \arccos \left(\frac{z_2 \cos\alpha_d}{z_2 + 2h_{ac}^*} \right) \quad (13)$$

式中 z_1 为驱动轮齿数, z_2 为从动轮齿数, m 为模数, α_d 为工作侧压力角, α_{ad1} (α_{ad2}) 为驱(从)动轮工作侧齿顶圆压力角, ϵ_d 为工作侧重合度, P_{bd} 为工作侧基圆齿距, r_{bd2} 为从动轮工作侧基圆半径, f 为齿面摩擦因数, h_{ac}^* 为非工作侧齿顶高系数, α_{B_2} 为啮合点 B_2 处的压力角(其余同)。

3 算例分析

上述分析表明,在齿面摩擦的作用下,非对称齿轮的支座受力将发生周期性变化.由于齿轮支座反力的波动大小不仅影响到轮齿的啮合效果,还将影响到齿轮的传动性能和机器的工作效果.为了降低支座反力的变化程度,本文对影响支座反力的相关因素进行了探讨.

为研究方便,假设在啮合过程中 k 值恒定(即轮齿啮合过程中齿间载荷分配系数不变).不失一般性,本文取 $k=1.5$ 进行讨论.图4和图5分别给出了当 $T_1=230 \text{ N}\cdot\text{m}$, $m=3 \text{ mm}$, $\alpha_d=25^\circ$, $z_1=22$, $z_2=45$, $h_{ac}^*=1.0$ 时,齿轮支座反力在一个啮合周期内随啮合点的变化情况.

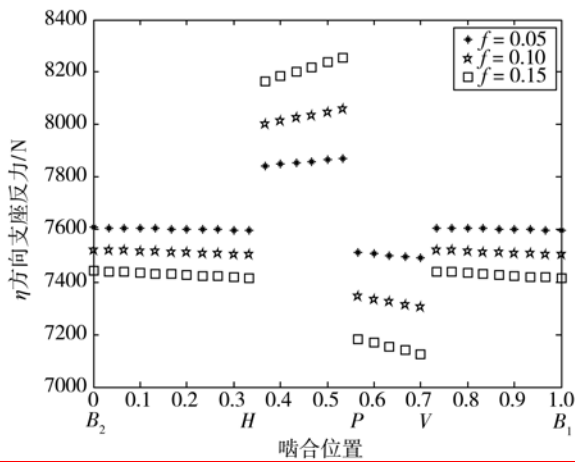


图4 一个啮合周期内 η 方向支座反力随啮合点变化规律

Fig. 4 Reaction of supports along the η axis changing with meshing point in the meshing period

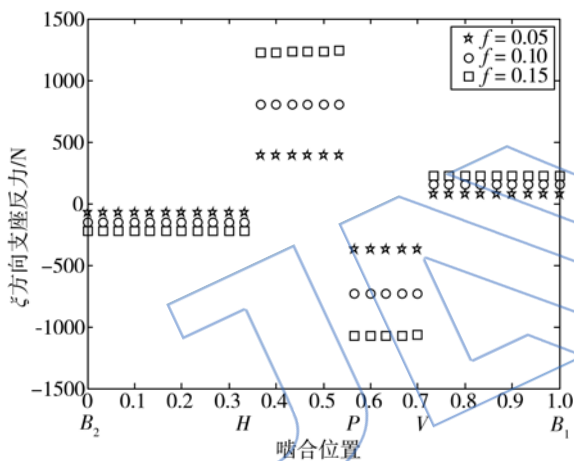


图5 一个啮合周期内 ξ 方向支座反力随啮合点变化规律

Fig. 5 Reaction of supports along the ξ axis changing with meshing point in the meshing period

为进一步表征支座反力波动程度大小,特引入波动率 δ_η, δ_ξ . 其中^[13]

$$\begin{cases} \delta_\eta = \frac{\eta_{O_1-\max} - \eta_{O_1-\min}}{\eta_{O_1-\min}} \\ \delta_\xi = \frac{\xi_{O_1-\max} - \xi_{O_1-\min}}{\xi_{O_1-\min}} \end{cases} \quad (14)$$

式中 $\eta_{O_1-\max}$ ($\xi_{O_1-\max}$) 为 η_{O_1} (ξ_{O_1}) 的最大值, $\eta_{O_1-\min}$ ($\xi_{O_1-\min}$) 为 η_{O_1} (ξ_{O_1}) 的最小值. 图6~图9给出了支座反力波动率与齿面摩擦因数、压力角、驱动轮齿数之间的变化规律. 其中图7和图9中的 u 为齿数比.

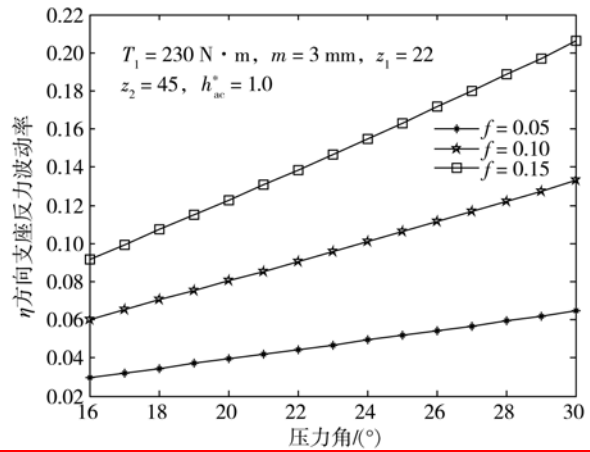


图6 η 方向支座反力波动率与工作侧压力角的关系
Fig. 6 Fluctuation ratio of supports reaction along the η axis changing with the driving pressure angles

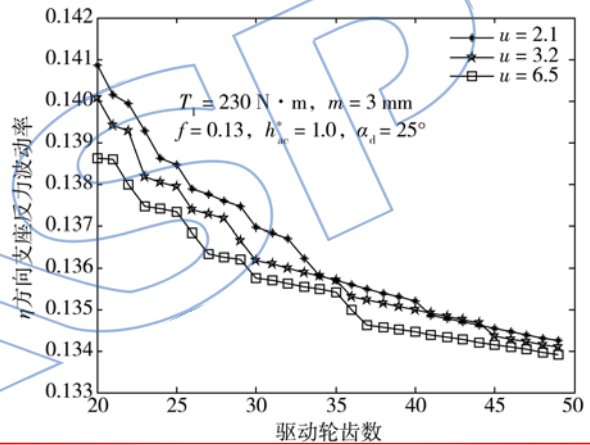


图7 η 方向支座反力波动率与驱动轮齿数的关系
Fig. 7 Fluctuation ratio of supports reaction along the η axis changing with the driving gear numbers

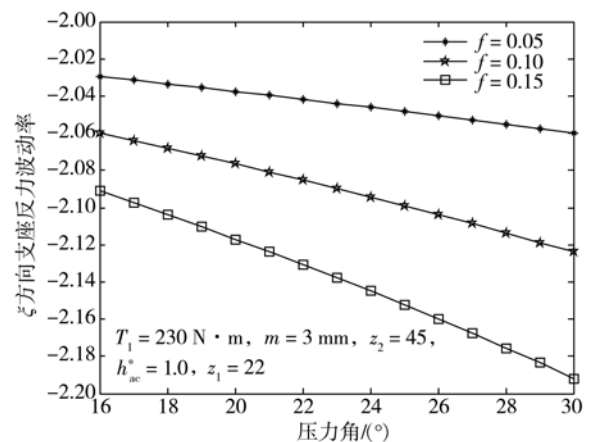


图8 ξ 方向支座反力波动率与工作侧压力角的关系
Fig. 8 Fluctuation ratio of supports reaction along the ξ axis changing with the driving pressure angles

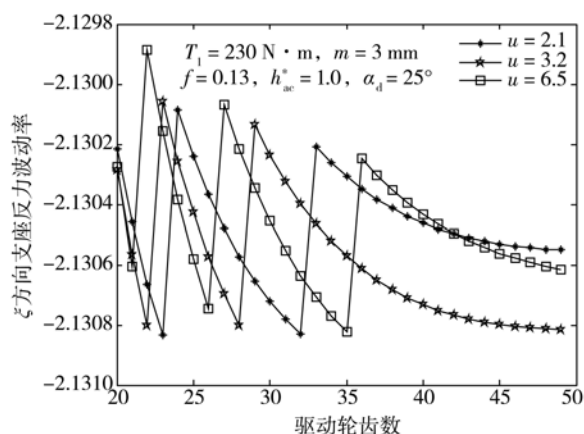


图9 ξ 方向支座反力波动率与驱动轮齿数的关系

Fig. 9 Fluctuation ratio of supports reaction along the ξ axis changing with the driving gear numbers

通过对图4~图9的分析,可得:

1) 齿面摩擦对支座反力的影响与轮齿的啮合情况有关. 在双齿啮合区内, 齿面摩擦因数越大, η_{01} 值却越小. 在单齿啮合区内, 靠近节点的齿根部分, 齿面摩擦因数越大, η_{01} 和 ξ_{01} 值就越大; 靠近节点的齿顶部分, 齿面摩擦因数越大, η_{01} 值却越小, ξ_{01} 值仍然增大(但方向改变). 在 H (或 V) 点处, 由于单双齿啮合发生变化, 导致 η_{01} 和 ξ_{01} 值发生跳跃; 在节点 P 处, 由于齿面摩擦力的方向发生改变(驱动轮齿面摩擦力的方向背离节点, 从动轮齿面摩擦力的方向指向节点), 引发 η_{01} 和 ξ_{01} 值突变(具体参见图4和图5).

2) 摩擦因数的增加导致齿轮支座反力最大值的增大, 且 η_{01} 值远大于 ξ_{01} . 如对于 $T_1 = 230 \text{ N} \cdot \text{m}$, $m = 3 \text{ mm}$, $\alpha_d = 25^\circ$, $z_1 = 22$, $z_2 = 45$, $h_{ac}^* = 1.0$ 的非对称齿轮传动, 当取 $f = 0.10$ 时, $\eta_{01-\max} = 8.07 \times 10^3 \text{ N}$ 和 $\xi_{01-\max} = 8.07 \times 10^2 \text{ N}$; 当取 $f = 0.15$ 时, $\eta_{01-\max} = 8.27 \times 10^3 \text{ N}$ 和 $\xi_{01-\max} = 1.24 \times 10^3 \text{ N}$.

3) 摩擦因数越大, 齿轮支座反力的波动率就越大. 图6中, 对于 $\alpha_d = 23^\circ$, 当取 $f = 0.10$ 时, $\delta_\eta = 9.56\%$, $\delta_\xi = -208.98\%$ (负号表示支座反力的方向发生变化). 取 $f = 0.15$ 时, $\delta_\eta = 14.67\%$, $\delta_\xi = -213.78\%$.

4) 压力角越大, 齿轮支座反力的波动率就越大. 图6中, 对于 $f = 0.10$, 当取 $\alpha_d = 24^\circ$ 时, $\delta_\eta = 10.08\%$, $\delta_\xi = -209.44\%$; 当取 $\alpha_d = 26^\circ$ 时, $\delta_\eta = 11.15\%$, $\delta_\xi = -210.38\%$.

5) 驱动轮齿数和齿数比对支座反力波动率

的影响. 图7表明, z_1 (或 u) 越大, δ_η 值就越小. 但图9却表明, 在一定范围内, z_1 越大, δ_ξ 值也越大; 且 u 的大小对 δ_ξ 值影响无规律. 这表明文献[13]中为降低对称齿轮支座反力的波动, 而提出增大 z_1 或 u 的观点存在不足之处.

4 有限元分析

4.1 几何建模

根据双压力角非对称齿轮工作侧和非工作侧的齿廓方程和齿根过渡曲线方程, 采用 ANSYS 的 APDL (ANSYS parametric design language) 语言, 编制了生成非对称齿轮的几何模型的程序. 在程序中, 以模数、齿数、工作侧压力角和非工作侧压力角为基本参数. 输入不同的参数并运行该程序, 即可得到不同参数下的齿轮几何模型. 同时根据齿轮的受力特征, 将其看成平面应力状态, 所以只需生成平面几何模型.

4.2 有限元网格划分

采用4节点8自由度平面应力单元划分网格. 齿轮传动时, 由于啮合轮齿的应力梯度相对较大, 所以在划分网格时将齿面部位设置得相对较密. 另外, 在啮合轮齿之间定义接触对, 生成接触单元. 以图4中的齿轮参数为依据, 建立如图10所示的有限元模型; 其中平面单元9526个, 接触单元66个, 节点10816个.

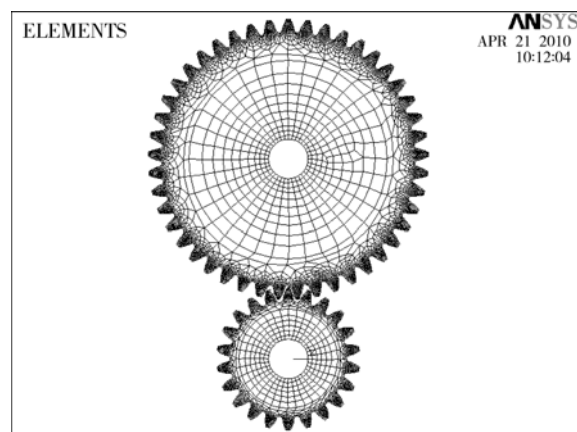


图10 传动齿轮的有限元模型

Fig. 10 Finite element model of the driving gear

4.3 约束和加载

主动齿轮约束其内圆周节点的径向位移, 从动齿轮同时约束其内圆周节点的周向和径向位移. 将驱动力矩以集中力的形式沿主动齿轮内圆周各节点的周向均匀分散加载.

4.4 计算结果及分析

同时将主、从动齿轮按相反转向绕齿轮圆心转动,转角比为其齿数之反比,通过旋转即可得到两齿轮的不同啮合状态.图11给出了采用有限单元法后, η 方向支座反力波动率与工作侧压力角及齿面摩擦因数的关系.

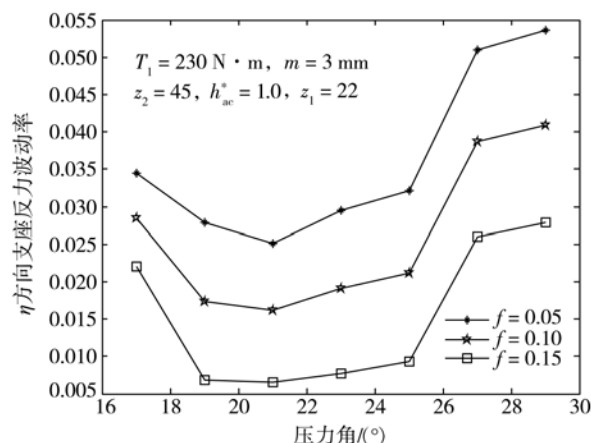


图11 基于有限单元法的 η 方向支座反力波动率
与工作侧压力角的关系

Fig. 11 Fluctuation ratio of supports reaction along the η axis changing with the driving pressure angles based-on finite element method

由图11可看出:

1) 齿面摩擦因数越大,支座反力波动率就越大,此与前述的仿真结论一致.

2) 随着工作侧压力角的增大,支座反力波动率是先减小后增大,此与前述的仿真结论基本一致.

3) 有限元解只所以与前述仿真解不同,究其原因主要在于对齿间载荷系数 k 的处理方式不同.仿真解是针对 k 恒为1.5来进行分析;而采用有限单元法进行运算时, k 将不是常值,却是根据实际啮合传动情况赋值.

5 结束语

文中根据双压力角非对称渐开线齿轮的啮合传动原理,通过对轮齿的单双齿啮合情况进行受力分析,推导出齿轮支座反力的计算公式,并给出了支座反力波动程度的评价指标;随后对影响齿轮支座反力的相关因素进行仿真计算和有限元分析.该文指出了文献[13]的不足之处,进一步丰富了非对称齿轮的研究内容,拓宽了研究思路.研究表明:

1) 齿面摩擦是导致齿轮支座反力发生波动的影响因素之一^[14].在一个啮合周期内,不计齿

面摩擦时,支座反力为一常值,并始终沿轮齿的理论啮合线方向;计入齿面摩擦后,支座反力为一变量,并在单齿啮合区内的节点附近发生方向的变化.

2) 为了减小齿轮支座反力的波动程度,可采取提高齿面加工精度,适当润滑,减小工作侧压力角及适当增大驱动轮的齿数等措施.

3) 一定条件下,在满足轮齿强度的基础上,为了提高轮齿的啮合效果和传动性能,设计非对称齿轮时,工作侧压力角可小于非工作侧压力角.相对于对称齿轮而言,此举还可减小小齿轮的尺寸和质量^[15].

参考文献:

- [1] Karpát F, Ekwari-Osire S, Cavdar K, et al. Dynamic analysis of involute spur gears with asymmetric teeth[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2008, 50(12): 1598-1610.
- [2] Kumar V S, Muni D V, Muthuveerappan G. Optimization of asymmetric spur gear drives to improve the bending load capacity[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(7): 829-858.
- [3] Karpát F, Ekwari-Osire S, Khandaker M P H. Probabilistic analysis of MEMS asymmetric gear tooth[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(4): 042306(6 pages).
- [4] Novikov A S, Paikin A G, Dorofeyev V L, et al. Application of gears with asymmetric teeth in turboprop engine gearbox[C] // Proceedings of ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Las Vegas, Nevada, USA: ASME, 2008: 60-65.
- [5] Michlin Y, Myunster V. Determination of power losses in gear transmissions with rolling and sliding friction incorporated[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(2): 167-174.
- [6] 李秀莲. 基于船体变形及齿间摩擦的斜齿轮齿根弯曲疲劳强度计算[J]. 兵工学报, 2008, 29(8): 1019-1024.
LI Xiulian. Calculation based on boat hull deformation and friction between teeth on the bending fatigue strength at the tooth root of helical gear [J]. Acta Armamentarii, 2008, 29(8): 1019-1024. (in Chinese)
- [7] Flaker J, Fajdiga G, Glodez S, et al. Numerical simulation of surface pitting due to contact loading[J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(7): 599-605.
- [8] Lewicki D G, Handschuh R F, Spievak L E, et al. Consideration of moving tooth load in gear crack propagation predictions[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2001, 123(3): 118-124.
- [9] Vedmar L, Henriksson B. A general approach for determining dynamic forces in spur gears[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1998, 120(12): 593-598.

- [10] Velez P, Cahouet V. Experimental and numerical investigations on the influence of tooth friction in spur and helical gear dynamics[J]. Journal of Mechanical Design, 2000, 122(12): 515-522.
- [11] Velez P, Sainsot P. An analytical study of tooth friction excitations in errorless spur and helical gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(7): 641-658.
- [12] 李秀莲, 董晓英, 曹清林, 等. GA 在摩擦力作用下变位斜齿轮传动模糊可靠优化中的应用[J]. 航空动力学报, 2005, 20(1): 159-163.
- LI Xiulian, DONG Xiaoying, CAO Qinglin, et al. Application of genetic algorithm to the fuzzy reliability optimal design of profile modified helical gear under the action of friction[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(1): 159-163. (in Chinese)
- [13] XU Furen. Effective measures for restraining the vibration of the supports of the involute gearing[J]. Journal University of Shanghai for Science and Technology, 2000, 22(4): 320-328.
- [14] 沈伟, 徐辅仁, 林建中, 等. 用实验方法测定齿间摩擦对直齿齿轮机构振动的影响[J]. 航空精密制造技术, 2004, 40(6): 33-35.
- SHEN Wei, XU Furen, LIN Jianzhong, et al. Determining effects of friction between teeth mechanism by experimental [J]. Aviation Precision Manufacturing Technology, 2004, 40(6): 33-35. (in Chinese)
- [15] Francesco G D, Marini S. Structural analysis of teeth with asymmetrical profiles[J]. Gear Technology, 1997, 14(4): 16-22.